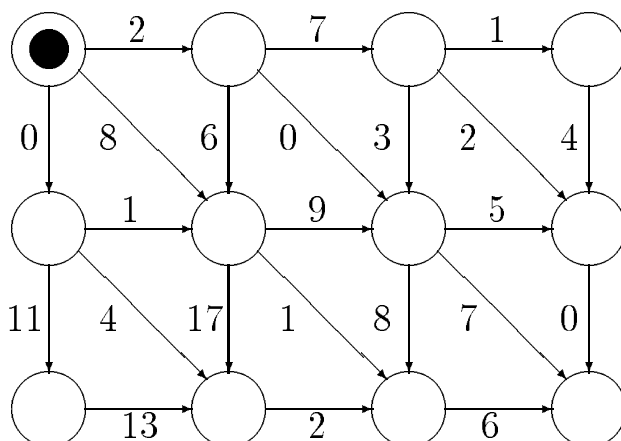


Opgave 26

Et *skråplan* er en orienteret vægtet graf, med ikke-negative vægte, i hvilken knuderne sidder i et rektangulært gitter, og hver knude har en kant til dens eventuelle sydlige, østlige og sydøstlige nabo. Den nordvestligste knude i grafen kaldes for dens *rod*. Det følgende er et eksempel med 12 knuder, hvor roden er farvet sort.



a) Hvis et skråplan har r rækker og s søjler, så har det naturligvis $n = r \cdot s$ knuder. Hvor mange kanter har det, udtrykt ved r og s ?

Vi antager i det følgende en passende repræsentation af et skråplan, der tillader, at man i konstant tid kan komme frem og tilbage mellem en knude og dens sydlige, østlige og sydøstlige naboer.

Vi er interesserede i at finde længden af den korteste vej fra roden til hver af de øvrige knuder.

b) Hvad er tidskompleksiteten for at beregne dette for et skråplan med n knuder, hvis vi benytter Dijkstras algoritme?

c) Beskriv en algoritme, der løser problemet i tid $O(n)$.

Vi er også interessede i for hvert par af knuder at finde længden af den korteste vej mellem dem.

d) Hvad er tidskompleksiteten for at beregne dette for et skråplan med n knuder, hvis vi benytter algoritmen i kapitel 7.2.1 i [GT]

e) Beskriv en algoritme, der løser problemet i tid $O(n^2)$.