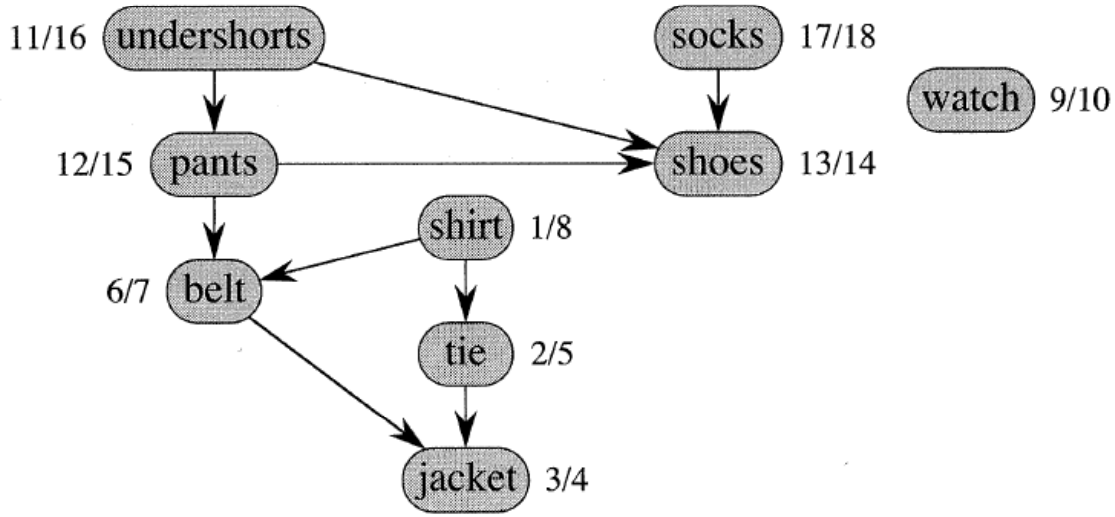
Algoritmer og Datastrukturer 2

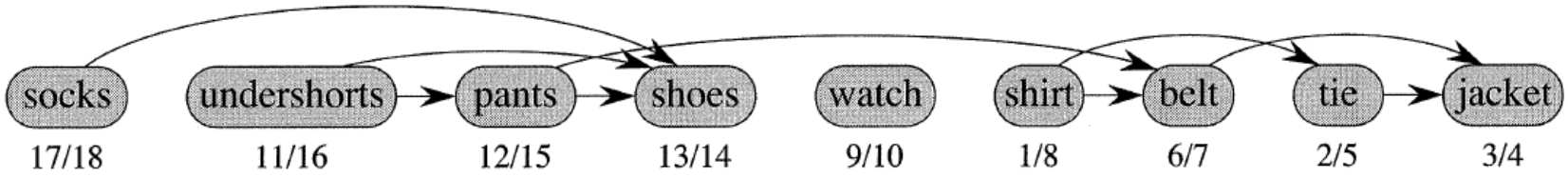
Gerth Stølting Brodal

Topologisk Sortering, Stærke Sammenhængskomponenter
[CLRS, kapitel 22.4-22.5]

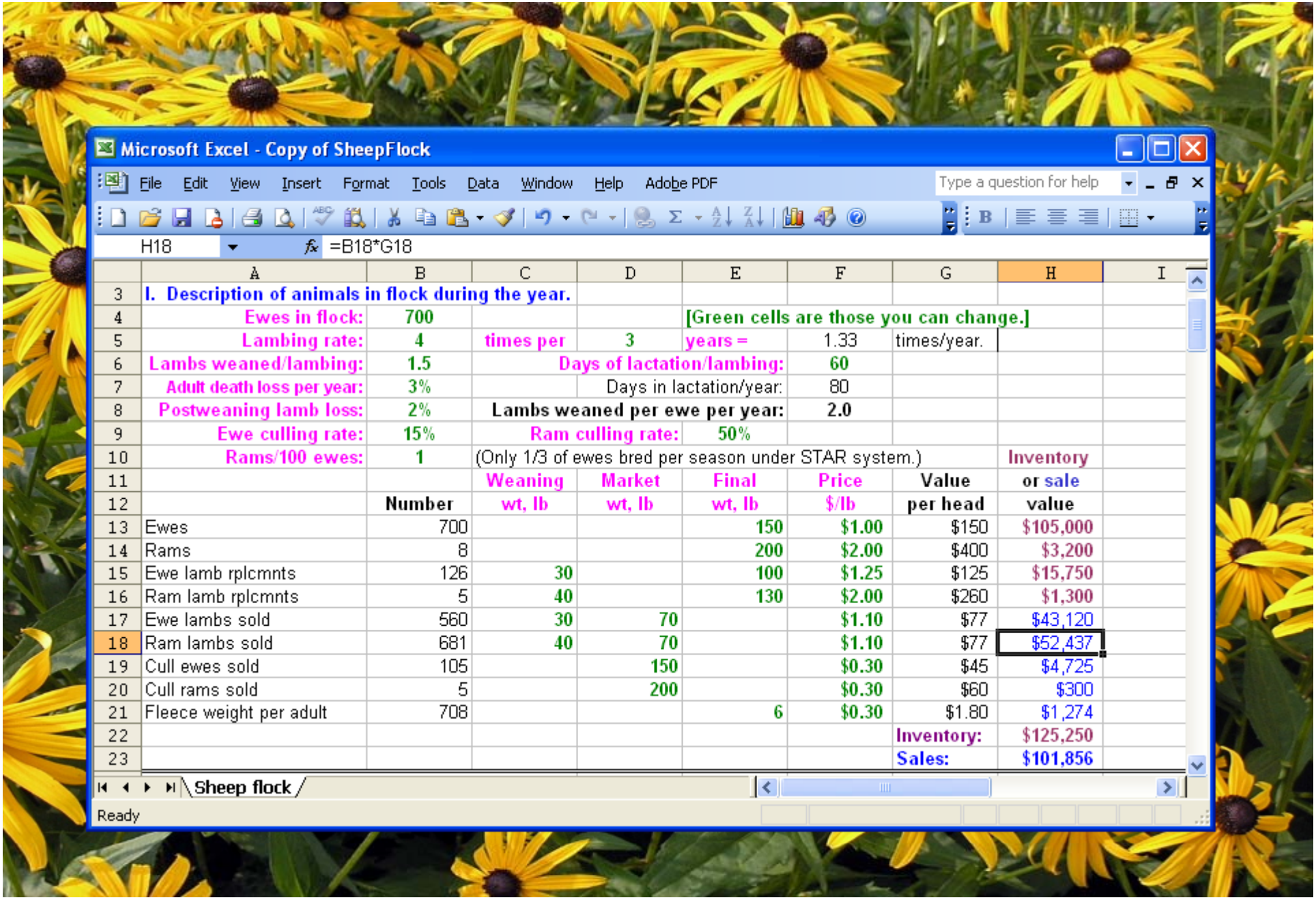
AARHUS UNIVERSITET

Acykliske Grafer: Topologisk Sortering



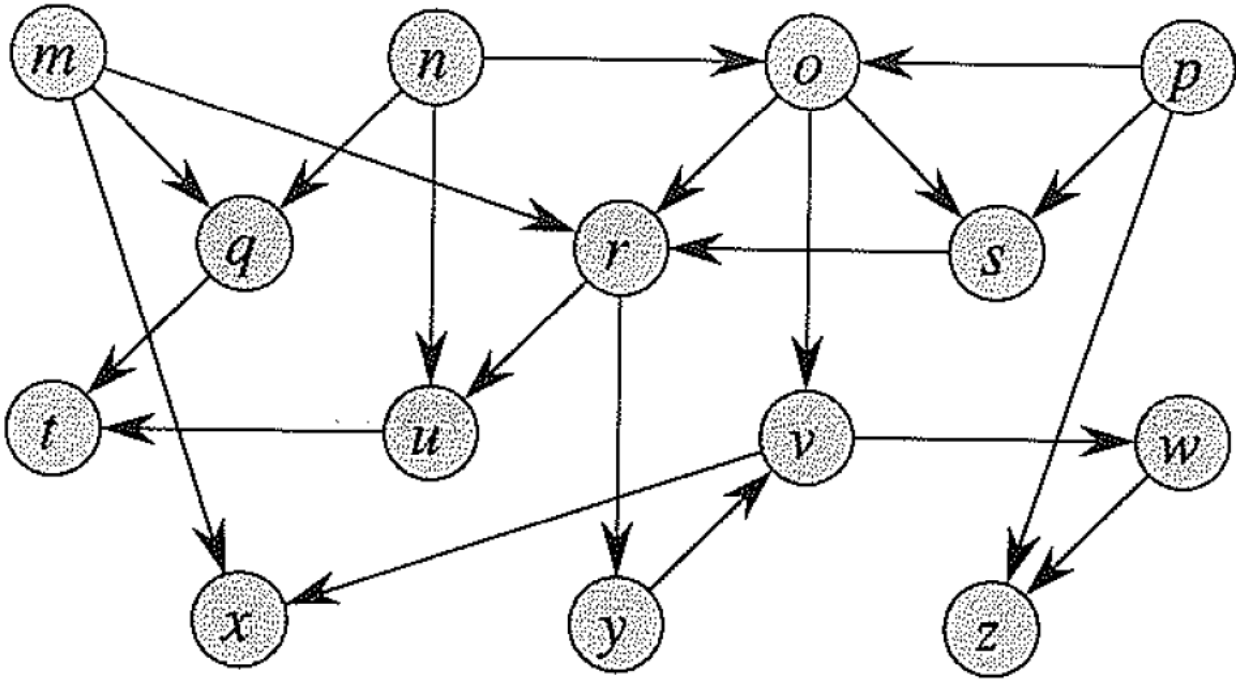


Alle kanter går fra venstre-mod-højre



Topologisk sortering = en rækkefølge hvor vi kan beregne cellernes indhold

Topologisk Sortering



TOPOLOGICAL-SORT(G)

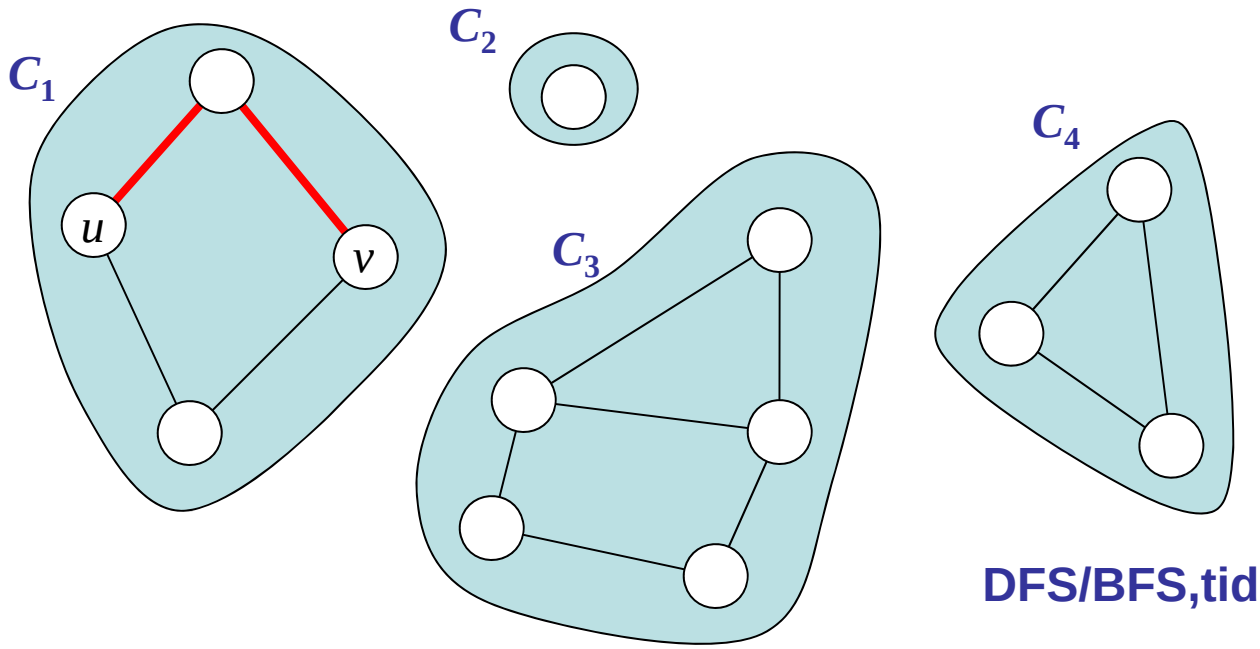
1 call DFS(G) to compute finishing times $v.f$ for each vertex v
2 as each vertex is finished, insert it onto the front of a linked list
3 **return** the linked list of vertices

Tid O(m+n)

Sammenhængskomponenter

Opdeling af knuderne i en uorienteret graf i **komponenter $C_1,\ldots,C_k$**, således at

u og v er i C_i hvis og kun hvis der er en sti mellem u og v



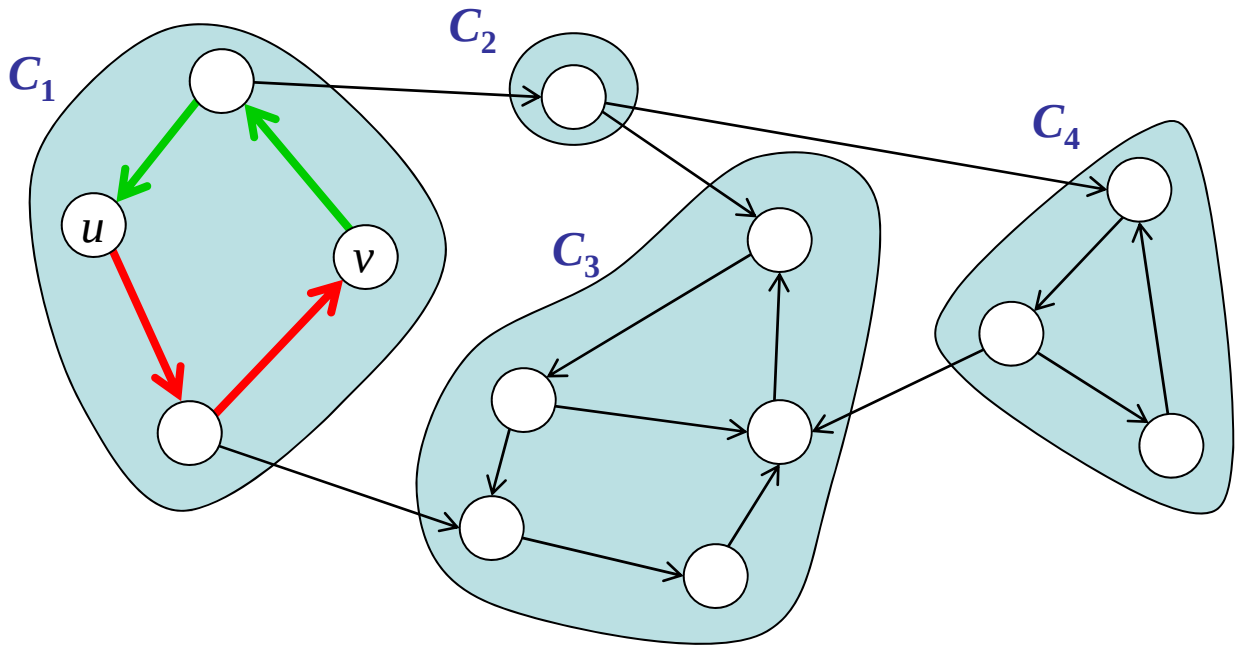
DFS/BFS,tid $O(m+n)$

Stærke Sammenhængskomponenter

Opdeling af knuderne i en orienteret graf i **komponenter $C_1,\ldots,C_k$**, således at

u og v er i C_i hvis og kun hvis der både er

- en sti fra u til v og
- en sti fra v til u



Stærke Sammenhængskomponenter

STRONGLY-CONNECTED-COMPONENTS(G)

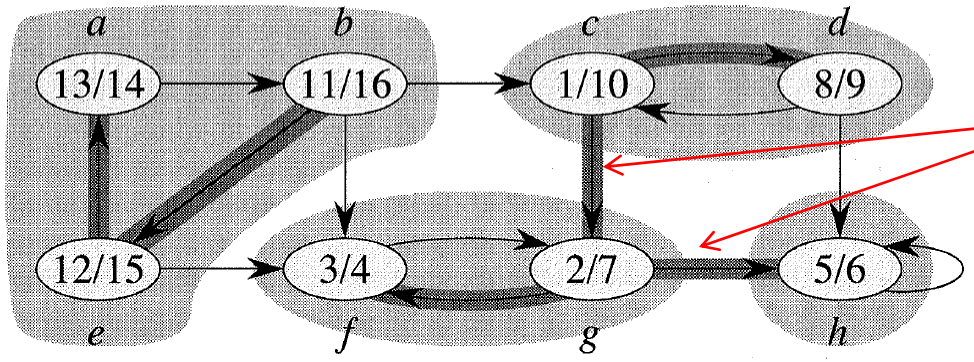
1 call DFS(G) to compute finishing times $u.f$ for each vertex u
2 compute G^T
3 call DFS(G^T), but in the main loop of DFS, consider the vertices in order of decreasing $u.f$ (as computed in line 1)
4 output the vertices of each tree in the depth-first forest formed in line 3 as separate strongly connected component

```
DFS(G)
1  for each vertex u ∈ G.V
2      u.color = WHITE
3      u.π = NIL
4  time = 0
5  for each vertex u ∈ G.V
6      if u.color == WHITE
7          DFS-VISIT(G, u)

DFS-VISIT(G, u)
 1  time = time + 1          // white vertex u has just been discovered
 2  u.d = time
 3  u.color = GRAY
 4  for each v ∈ G.Adj[u]    // explore edge (u, v)
 5      if v.color == WHITE
 6          v.π = u
 7          DFS-VISIT(G, v)
 8  u.color = BLACK          // blacken u; it is finished
 9  time = time + 1
10  u.f = time
```

Tid $O(m+n)$

Stærke Sammenhængskomponenter



DFS trækanter mellem to stærke sammenhængs-komponenter