

Opgave 15 — Heltalskvadratroden

Heltalskvadratroden af et tal $n \geq 0$ er det tal $r \geq 0$, der opfylder

$$r^2 \leq n < (r + 1)^2.$$

- a) Argumentér for, at følgende algoritme er gyldig og korrekt.

Algoritme: Heltalskvadratrod(n)
Inputbetingelse : $n \geq 0$
Outputkrav : $r^2 \leq n < (r + 1)^2$
Metode : $a \leftarrow 0$;
 $b \leftarrow n$;
 $\{I\}$ while $(n < b * b)$ or $(a * (a + 2) < n)$ do
 if $n < b * b$ then
 $b \leftarrow b - 1$
 else
 $a \leftarrow a + 1$;
 $r \leftarrow (a + b) / 2$

– hvor I er udsagnet $(a^2 \leq n < (b + 1)^2) \wedge (a \geq 0) \wedge (b \geq 0)$.

- b) Bevis at følgende er endnu en korrekt måde at beregne heltalskvadratroden på.

Algoritme: Heltalskvadratrod(n)
Inputbetingelse : $n \geq 0$
Outputkrav : $r^2 \leq n < (r + 1)^2$
Metode : $r \leftarrow 0$;
 $s \leftarrow 1$;
 $\{I\}$ while $s \leq n$ do
 $r \leftarrow r + 1$;
 $s \leftarrow s + 2 * r + 1$

– hvor I er udsagnet $(s = (r + 1)^2) \wedge (r^2 \leq n)$.