

Opgave 1 (4%)

	Ja	Nej
n er $O(n^2)$?	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
n^3 er $O(n^2)$?	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$7n^2$ er $O(3n + 10\sqrt{n})$?	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$23n^2 + n^4$ er $O(17n^3)$?	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$5n \log n$ er $\Omega(n^2)$?	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

Opgave 2 (4%)

Opskriv følgende funktioner efter stigende orden med hensyn til O -notationen:

$$23n \log n$$

$$\frac{1}{2}n^2$$

$$4\sqrt{n}$$

$$(\log n)^3$$

$$2^{\frac{3}{2} \log n}$$

Svar: $(\log n)^3$ $4\sqrt{n}$ $23n \log n$ $2^{\frac{3}{2} \log n}$ $\frac{1}{2}n^2$

Opgave 3 (4%)

Angiv for hver af nedenstående algoritmer udførelstiden som funktion af n i O -notation.

Algoritme Loop1(n)

```
i ← 1
while i ≤ n do
  j ← 1
  while j ≤ n do
    k ← j
    while k ≤ n do
      k ← k + 1
    j ← j + 1
  i ← i + 1
```

Algoritme Loop2(n)

```
i ← 1
while i ≤ n do
  j ← 1
  while j ≤ n do
    k ← j
    while k ≤ n do
      k ← k * 2
    j ← j * 2
  i ← i * 2
```

Algoritme Loop3(n)

```
i ← 1
while i ≤ n do
  j ← i
  while j ≤ n do
    j ← j + 1
  i ← i * 2
```

Svar Loop1: $O(n^3)$

Svar Loop2: $O((\log n)^3)$

Svar Loop3: $O(n \log n)$

Opgave 4 (4%)

Angiv for hver af nedenstående algoritmer udførelstiden som funktion af n i O -notation.

Algoritme Loop1(n)

```

 $x \leftarrow 1$ 
for  $i \leftarrow 1$  to  $n$  do
  for  $j \leftarrow i$  to  $n$  do
    for  $k \leftarrow i$  to  $j$  do
       $x \leftarrow x + 1$ 
    
```

Algoritme Loop2(n)

```

 $i \leftarrow 1$ 
 $j \leftarrow 2$ 
while  $i \leq n$  do
   $j \leftarrow j * j$ 
   $k \leftarrow 1$ 
  while  $k \leq j$  do
     $k \leftarrow k + 1$ 
   $i \leftarrow i + 1$ 
    
```

Algoritme Loop3(n)

```

 $i \leftarrow 1$ 
 $j \leftarrow 1$ 
while  $i \leq n$  do
   $j \leftarrow 2 * j$ 
   $k \leftarrow 1$ 
  while  $k \leq j$  do
     $k \leftarrow 2 * k$ 
   $i \leftarrow i + 1$ 
    
```

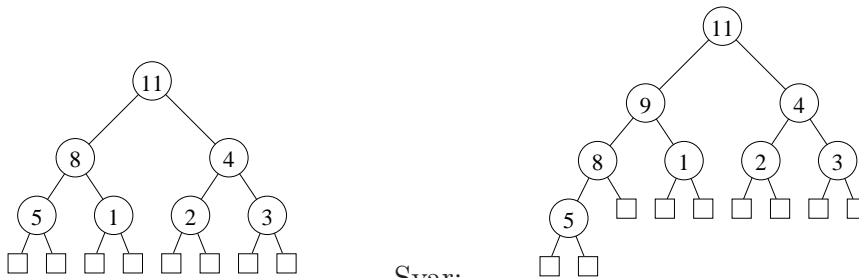
Svar Loop1: _____ $O(n^3)$

Svar Loop2: _____ $O(2^{2^n})$

Svar Loop3: _____ $O(n^2)$

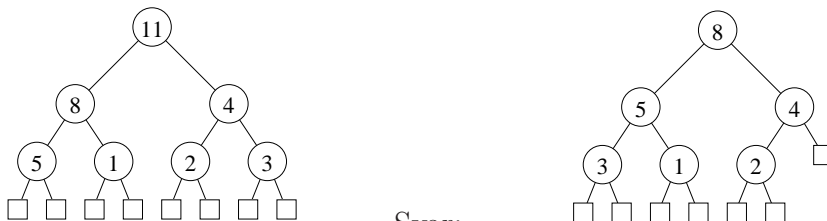
Opgave 5 (4%)

Tegn hvordan nedenstående binære max-heap ser ud efter indsættelse af elementet 9.



Svar: _____

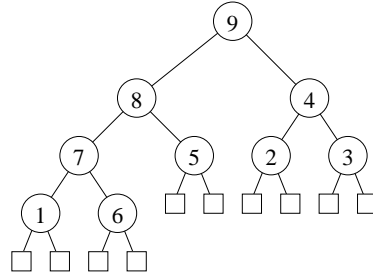
Tegn hvordan nedenstående binære max-heap ser ud efter en heap-extract-max operation.



Svar: _____

Opgave 6 (4%)

Tegn den binære max-heap efter indsættelse af elementerne 1, 3, 5, 7, 9, 2, 4, 6, 8 i den givne rækkefølge, startende med den tomme heap.



Svar: _____

Opgave 7 (4%)

Angiv hvordan nedenstående array ser ud efter anvendelsen af build-max-heap for arrayet.

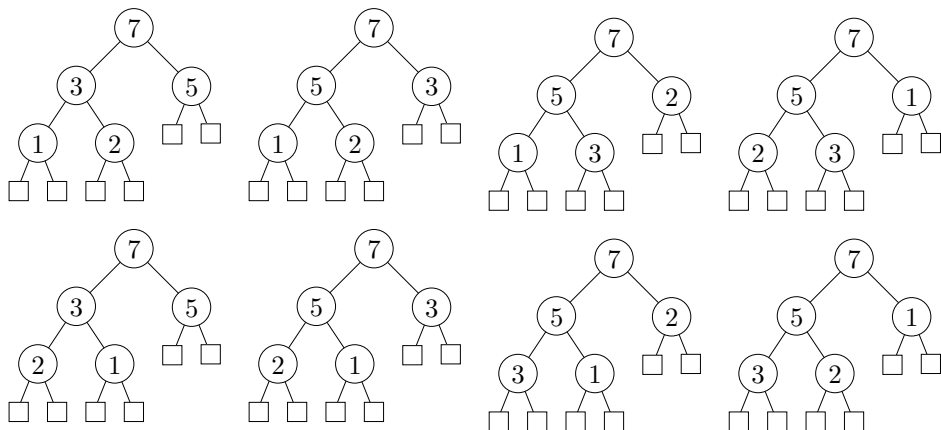
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	3	5	7	9	11	13	15	16	14	12	10	8	6	4	2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
16	15	13	7	14	11	6	3	1	9	12	10	8	5	4	2

Svar: _____

Opgave 8 (4%)

Angiv alle mulige binære max-heaps for mængden $\{1, 2, 3, 5, 7\}$.



Svar: _____

Opgave 9 (4%)

Betragt radix-sort anvendt på nedenstående liste af tal ($d = 4, k = 10$). Angiv den delvist sorterede liste efter at radix-sort har sorteret tallene efter de to mindst betydende cifre.

9827 2719 1524 4327 5627 1319 1324

Svar: 2719 1319 1524 1324 9827 4327 5627

Opgave 10 (4%)

Angiv resultatet af at anvende PARTITION($A,5,11$) på nedenstående array.

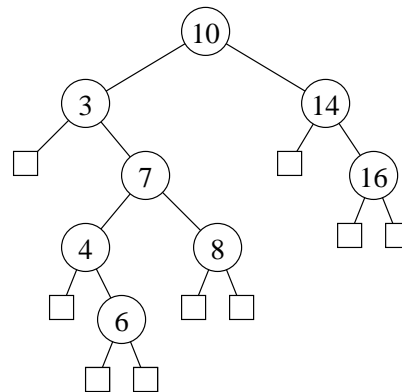
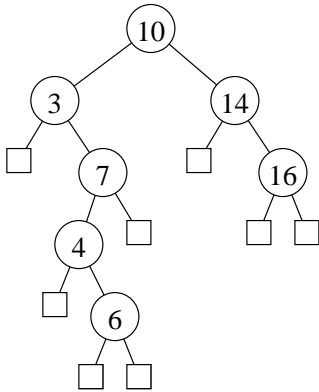
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	8	16	1	6	2	4	13	17	15	3	5	18	9	11	24	12	14	10	7	22



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Svar:	8	16	1	6	2	4	3	5	15	13	17	18	9	11	24	12	14	10	7	22

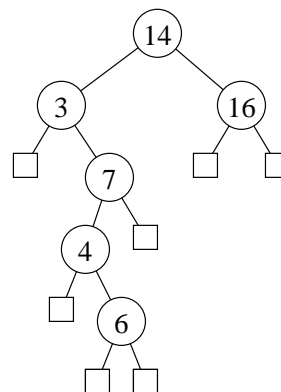
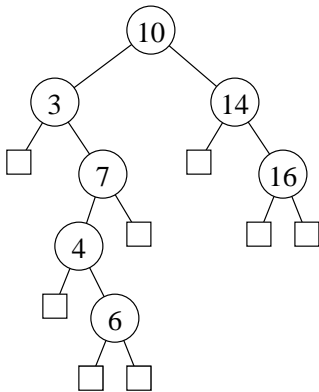
Opgave 11 (4%)

Tegn hvordan nedenstående ubalancerede binære søgetræ ser ud efter indsættelse af elementet 8.



Svar: _____

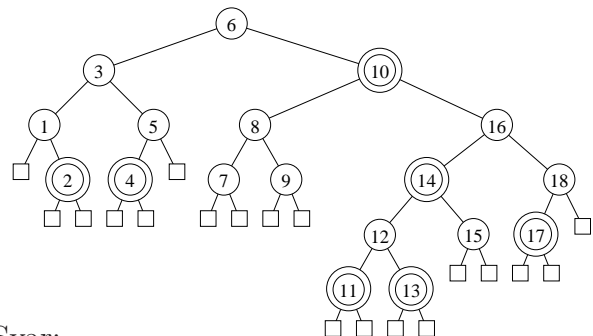
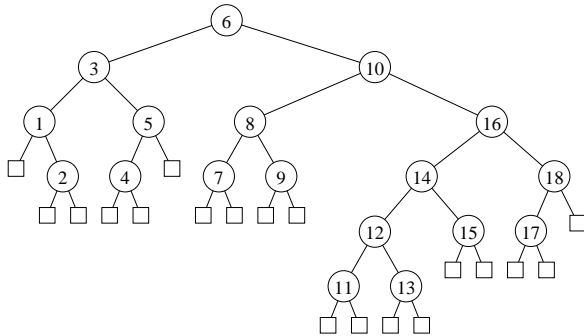
Tegn hvordan nedenstående ubalancerede binære søgetræ ser ud efter slettelse af elementet 10.



Svar: _____

Opgave 12 (4%)

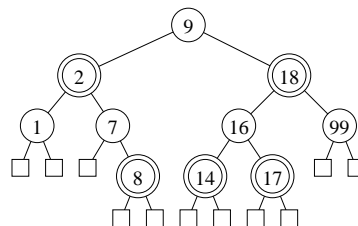
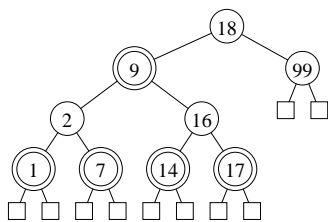
Angiv hvorledes knuderne i nedenstående binære søgetræ kan farves røde og sorte, således at det resulterende træ er et lovligt rød-sort træ.



Svar: _____

Opgave 13 (4%)

Tegn hvordan nedenstående rød-sort træ (dobbeltcirkler angiver røde knuder) ser ud efter indsættelse af elementet 8.



Svar: _____

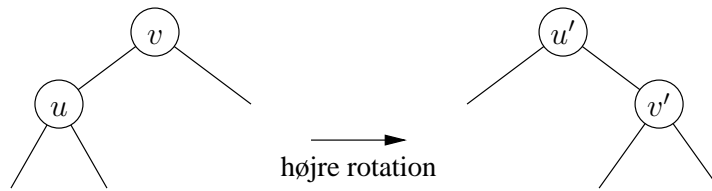
Opgave 14 (4%)

Følgende spørgsmål vedrører rød-sort træer.

	Ja	Nej
Antal interne røde knuder = antal interne sorte knuder	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Antal eksterne blade = 1 + antal interne knuder	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Antal interne sorte knuder \geq antal interne røde knuder	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Alle rod-til-blad stier indeholder det samme antal sorte knuder	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En rød knude har altid en sort far	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Opgave 15 (4%)

Betragt et søgetræ hvor hver knude v gemmer et element $v.e$ og elementets prioritet $v.p$. Elementerne i søgetræet er ordnet efter $v.e$. Derudover gemmer hver knude summen $v.s$ af prioriteterne i undertræet rodet ved v , og den maximale prioritet $v.m$ af et element i undertræet rodet ved v . Angiv nedenfor hvorledes disse værdier kan vedligeholdes under en højre rotation om knuden v . Det venstre og højre barn til en knude v betegnes $v.left$ og $v.right$, og fx. betegner $v.right.m$ den maximale prioritet af et element i undertræet rodet i det højre barn til v .



Svar $u'.e = u.e$

Svar $v'.e = v.e$

Svar $u'.p = u.p$

Svar $v'.p = v.p$

Svar $u'.m = \underline{\hspace{2cm} v.m \hspace{2cm}}$

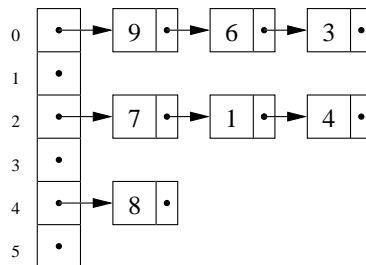
Svar $v'.m = \underline{\max\{v'.p, v'.left.m, v'.right.m\}}$

Svar $u'.s = \underline{\hspace{2cm} v.s \hspace{2cm}}$

Svar $v'.s = \underline{v'.p + v'.left.s + v'.right.s}$

Opgave 16 (4%)

Tegn en hashtabel hvor der anvendes kædede lister til at håndtere kollisioner, når hash-funktionen er $h(k) = 2k \bmod 6$ og der indsættes elementerne 4, 3, 1, 6, 7, 8, og 9 i den givne rækkefølge.



Svar: _____

Opgave 17 (4%)

Tegn hvordan en hashtabel der anvender *linear probing* ser ud efter at elementerne 3, 5, 10, 0, 4, 7, og 17 indsættes i den givne rækkefølge, når hashfunktionen er $h(k) = 2k \bmod 7$.

0	1	2	3	4	5	6

0	1	2	3	4	5	6
10	0	4	5	7	17	3

Svar: _____

Opgave 18 (4%)

Tegn hvordan en hashtabel der anvender *quadratic probing* ser ud efter at elementerne 2, 17, 5, 1, og 11 indsættes i den givne rækkefølge, når hashfunktionen er $h(k, i) = 2k + i + 2i^2 \bmod 15$.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
		1		2			17			5			11	

Svar: _____

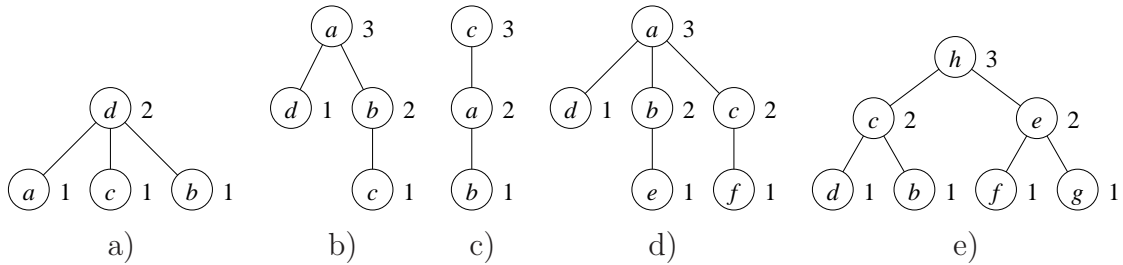
Opgave 19 (4%)

Betragt en stak implementeret i et array hvor overløb håndteres ved at allokere et nyt større array og kopiere indholdet af det gamle array til det nye array. Angiv den amortiserede tid for en push operation, når det nye array har nedenstående størrelse (n er antal elementer på stakken før push operationen):

- a) $n + 1$ Svar: $O(n)$
b) $n + \lceil \sqrt{n} \rceil$ Svar: $O(\sqrt{n})$
c) $\lceil \frac{3}{2}n \rceil$ Svar: $O(1)$
d) $3n$ Svar: $O(1)$

Opgave 20 (4%)

Hvilke af nedenstående træer er mulige union-find strukturer og kan være opstået som en sekvens af union operationer, når der kun anvendes union-by-rank. Tallet til højre for en knude er knudens rank.



	Ja	Nej
a)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
d)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
e)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

Transitionssystem UpDown
Konfigurationer: $\{[i, j] \mid \text{heltal } i, j \wedge j \geq 0\}$
 $[i, j] \triangleright [-i, j + 1] \quad \text{if } i < 0$
 $[i, j] \triangleright [-(i - 2), j + 1] \quad \text{if } i > 1$

Opgave 21 (4%)

For hvert af nedenstående udsagn, angiv om de er en invariant for ovenstående transitionssystem UpDown. Startkonfigurationen antages at være $[n, n]$ hvor $n \geq 1$.

	Ja	Nej
$i \leq j$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$i + j \leq 2n$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$j \leq 2n$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$i - j = 0$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$4n - 2j - 1 = 2i - 1 $	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Opgave 22 (4%)

For hver af nedenstående funktioner, angiv om de er en termineringsfunktion for ovenstående transitionssystem UpDown.

	Ja	Nej
$\mu(i, j) = i$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$\mu(i, j) = j$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$\mu(i, j) = 2n - j$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\mu(i, j) = i \cdot (2n - j)$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\mu(i, j) = 2i - 1 $	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Algoritme $\text{Loglog}(n)$
Inputbetingelse : heltal $n \geq 2$
Outputkrav : $r = \lceil \log_2 \log_2 n \rceil$
Metode : $r \leftarrow 0$;
 $p \leftarrow 2$;
{I} **while** $p < n$ **do**
 $r \leftarrow r + 1$;
 $p \leftarrow p * p$

Opgave 23 (4%)

For hver af nedenstående udsagn, angiv om de er en invariant I for ovenstående algoritme Loglog .

	Ja	Nej
$r \leq p$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$r \leq n$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$p = 2^r$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$p = 2^{2^r}$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$p \leq n$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

Opgave 24 (4%)

For hver af nedenstående funktioner, angiv om de er en termineringsfunktion for ovenstående algoritme Loglog .

	Ja	Nej
$\mu(r, p, n) = p$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$\mu(r, p, n) = n - p$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$\mu(r, p, n) = n - r$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\mu(r, p, n) = n^2 - p$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\mu(r, p, n) = \lceil \log_2 \log_2 n \rceil - \log_2 \log_2 r$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

