

Opgave 1 (4%)

	Ja	Nej
$3n^2$ er $O(7n)$?	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
n^3 er $O(3^n)$?	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$n \cdot \log n$ er $O((\log n)^3)$?	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$n \log n$ er $O(\sqrt{n})$?	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$n^3 + n$ er $\Omega(n^2)$?	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Opgave 2 (4%)

Opskriv følgende funktioner efter stigende orden med hensyn til O -notationen:

$$\begin{aligned} & n^4 \\ & n^3 \cdot (\log n)^3 \\ & 4^n / \log n \\ & 1/\sqrt{n} \\ & \sqrt{n} \cdot \log n \end{aligned}$$

Svar: $1/\sqrt{n}$ $\sqrt{n} \cdot \log n$ $n^3 \cdot (\log n)^3$ n^4 $4^n / \log n$

Opgave 3 (4%)

Angiv for hver af nedenstående algoritmer udførelstiden som funktion af n i O -notation.

Algoritme Loop1(n)
 $x \leftarrow 0$
for $i \leftarrow 1$ **to** n **do**
 for $j \leftarrow i$ **to** n **do**
 for $k \leftarrow i$ **to** j **do**
 $x \leftarrow x + 1$

Algoritme Loop2(n)
for $i \leftarrow 1$ **to** n **do**
 $j \leftarrow 1$
 while $j \leq n$ **do**
 $j \leftarrow j * 2$

Algoritme Loop3(n)
 $i \leftarrow 1$
 $j \leftarrow n$
while $j \geq 0$ **do**
 $j \leftarrow j - i$
 $i \leftarrow i + 1$

Svar Loop1: $O(n^3)$

Svar Loop2: $O(n \cdot \log n)$

Svar Loop3: $O(\sqrt{n})$

Opgave 4 (4%)

Angiv for hver af nedenstående algoritmer udførelstiden som funktion af n i O -notation.

Algoritme Loop1(n)

```

 $x \leftarrow 0$ 
 $j \leftarrow 0$ 
for  $i \leftarrow 1$  to  $n$  do
     $j \leftarrow j + i$ 
    for  $k \leftarrow 1$  to  $j$  do
         $x \leftarrow x + 1$ 
    
```

Algoritme Loop2(n)

```

 $i \leftarrow n$ 
 $x \leftarrow 0$ 
while  $i \geq 1$  do
    for  $j \leftarrow 1$  to  $i$  do
         $x \leftarrow x + 1$ 
     $i \leftarrow \lfloor i/2 \rfloor$ 
    
```

Algoritme Loop3(n)

```

 $i \leftarrow 1$ 
while  $i \leq n$  do
     $j \leftarrow 1$ 
    while  $j \leq n$  do
         $j \leftarrow j * 2$ 
     $i \leftarrow i * 2$ 
    
```

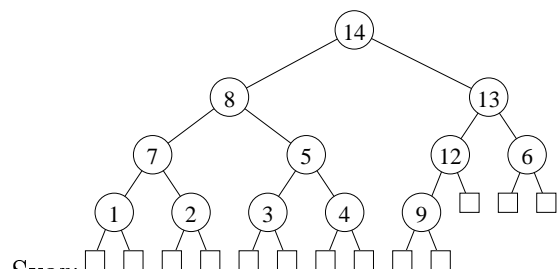
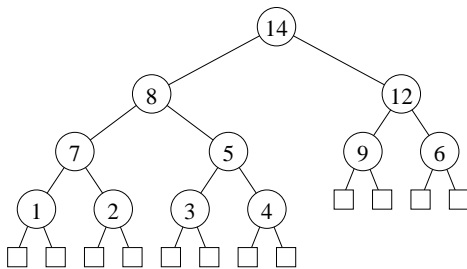
Svar Loop1: _____ $O(n^3)$ _____

Svar Loop2: _____ $O(n)$ _____

Svar Loop3: _____ $O((\log n)^2)$ _____

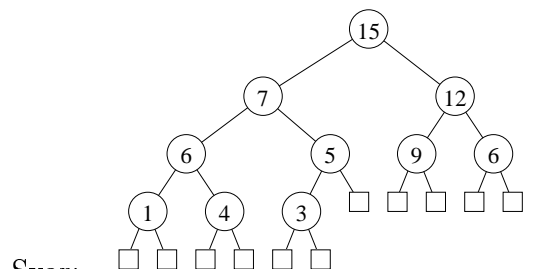
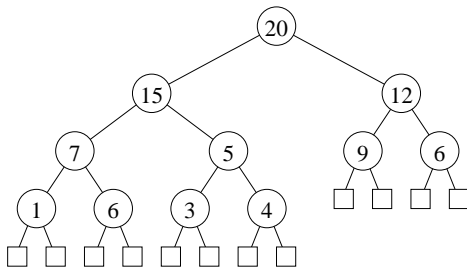
Opgave 5 (4%)

Tegn hvordan nedenstående binære max-heap ser ud efter indsættelse af elementet 13.



Svar: _____

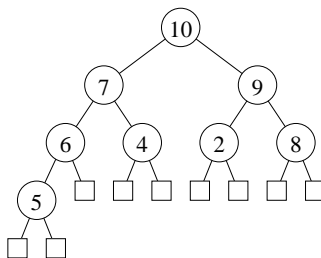
Tegn hvordan nedenstående binære max-heap ser ud efter en heap-extract-max operation.



Svar: _____

Opgave 6 (4%)

Tegn den binære max-heap efter indsættelse af elementerne 8, 5, 2, 6, 4, 10, 9, 7 i den givne rækkefølge, startende med den tomme heap.



Svar: _____

Opgave 7 (4%)

Angiv hvordan nedenstående array ser ud efter anvendelsen af build-max-heap for arrayet.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
5	2	16	13	8	6	19	15	3	7	9	20	4	12	11	1	10

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
20	15	19	13	9	16	12	10	3	7	8	6	4	5	11	1	2

Svar: _____

Opgave 8 (4%)

Angiv for hver af nedenstående sorterings-algoritmer deres best-case og worst-case udførelsestid for at sortere n elementer.

Algoritme	Worst-case	Best-case
InsertionSort	$\Theta(n^2)$	$\Theta(n)$
MergeSort	$\Theta(n \log n)$	$\Theta(n \log n)$
HeapSort	$\Theta(n \log n)$	$\Theta(n)$ hvis ens elementer $\Theta(n \log n)$ hvis forskellige elementer
QuickSort	$\Theta(n^2)$	$O(\Theta \log n)$

Opgave 9 (4%)

Hvad er udførelstiden for insertion-sort på følgende sekvenser, hvor det antages at n er lige.

- a) $1, 2, 3, 4, \dots, n - 1, n$
- b) $n, n - 1, \dots, 4, 3, 2, 1$
- c) $2, 1, 4, 3, 6, 5, \dots, n, n - 1$

Svar a): _____ $O(n)$

Svar b): _____ $O(n^2)$

Svar c): _____ $O(n)$

Opgave 10 (4%)

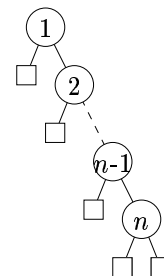
Betragt radix-sort anvendt på nedenstående liste af tal ($d = 5, k = 10$). Angiv den delvist sorterede liste efter at radix-sort har sorteret tallene efter de tre mindst betydende cifre.

43118 73144 89123 22118 38144 56743

Svar: _____ 43118 22118 89123 73144 38144 56743

Opgave 11 (4%)

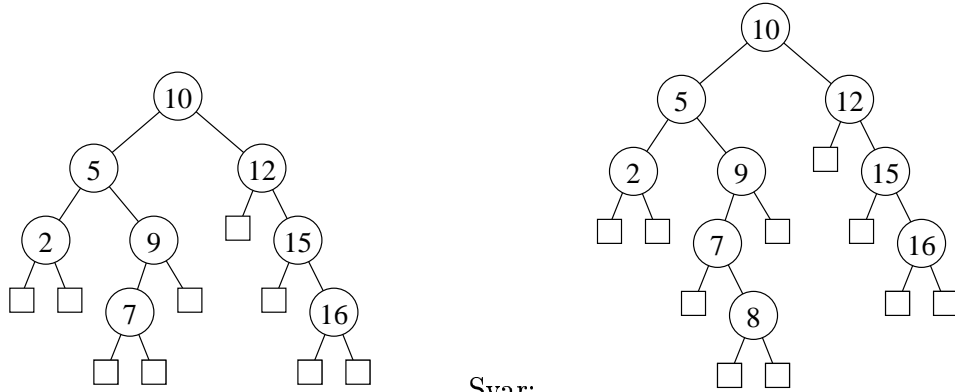
Angiv en sekvens af n insert operationer i et ubalanceret søgetræ som tager tid $\Theta(n^2)$, når man starter med et tomt søgetræ. Angiv både sekvensen og det resulterende søgetræ.



Svar sekvens: _____ $1, 2, 3, \dots, n - 1, n$ Svar træ: _____

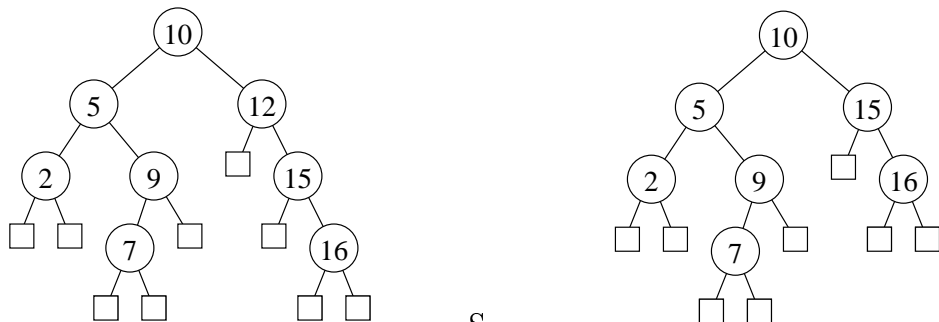
Opgave 12 (4%)

Tegn hvordan nedenstående ubalancerede binære søgetræ ser ud efter indsættelse af elementet 8.



Svar: _____

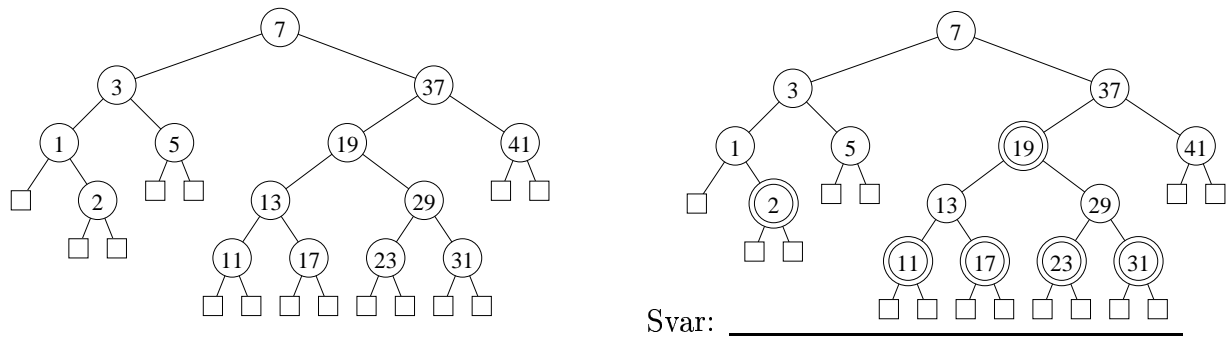
Tegn hvordan nedenstående ubalancerede binære søgetræ ser ud efter slettelse af elementet 12.



Svar: _____

Opgave 13 (4%)

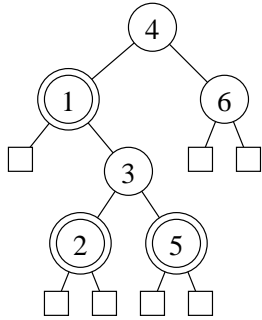
Angiv hvorledes knuderne i nedenstående binære søgetræ kan farves røde og sorte, således at det resulterende træ er et lovligt rød-sort træ.



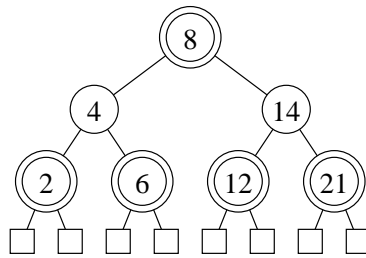
Svar: _____

Opgave 14 (4%)

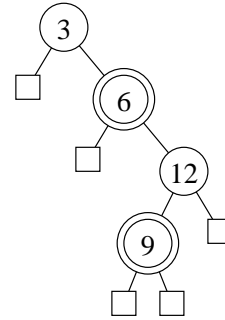
Angiv for hvert af nedenstående træer om det er lovligt søgetræ, et lovligt rød-sort søgetræ, eller ingen af delene (dobbeltcirkler angiver røde knuder).



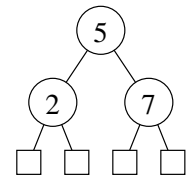
a)



b)



c)

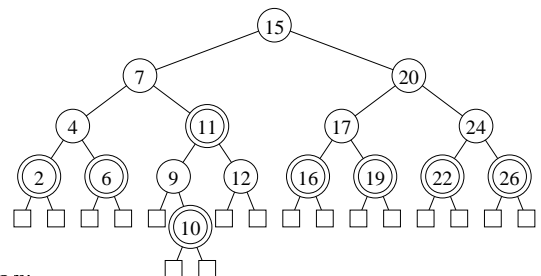
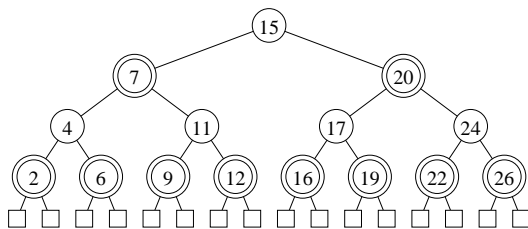


d)

	Rød-sort søgetræ	Søgetræ, men ikke rød-sort	Ikke et søgetræ
a)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
b)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Opgave 15 (4%)

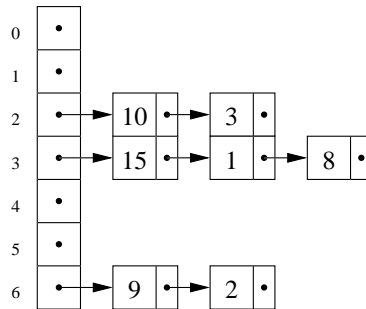
Tegn hvordan nedenstående rød-sort træ (dobbeltcirkler angiver røde knuder) ser ud efter indsættelse af elementet 10.



Svar: _____

Opgave 16 (4%)

Tegn en hashtabel hvor der anvendes kædede lister til at håndtere kollisioner, når hash-funktionen er $h(k) = k * 3 \text{ mod } 7$ og der indsættes elementerne 3, 8, 2, 9, 1, 10, og 15 i den givne rækkefølge.



Svar: _____

Opgave 17 (4%)

Nedenstående er en hashtabel hvor der er anvendt *linear probing*. Den anvendte hash-funktion er $h(k) = 2 \cdot k \text{ mod } 17$. Tegn hvordan hashtabellen ser ud efter at elementer 12, 2, 19, 11, 5 er indsat i den givne rækkefølge.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
	9					3	20					6				

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
	9			2	19	3	20	12	11	5		6				

Svar: _____

Opgave 18 (4%)

Nedenstående er en hashtabel hvor der er anvendt *quadratic probing*. Den anvendte hashfunktion er

$$h(k, i) = h'(k) + i + 3 \cdot i^2 \text{ mod } 11$$

hvor $h'(k) = k \text{ mod } 11$.

Tegn hvordan hashtabellen ser ud efter at $k = 4$ og $k = 14$ indsættes i den givne rækkefølge.

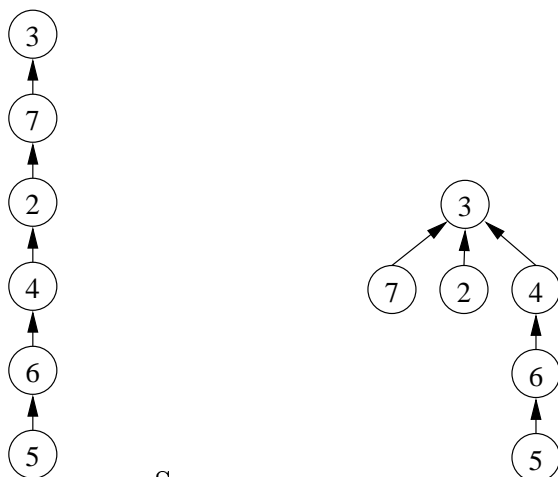
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
			3			25	36			

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
14			3	4		25	36			

Svar: _____

Opgave 19 (4%)

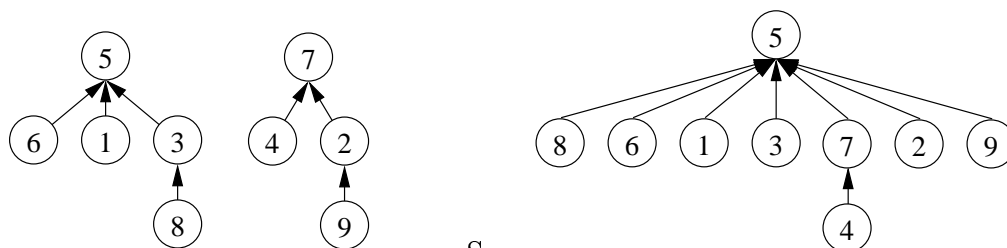
Tegn hvordan nedenstående union-find datastruktur ser ud efter $\text{FIND}(4)$, når der anvendes stikomprimering.



Svar: _____

Opgave 20 (4%)

Tegn hvordan nedenstående union-find datastruktur ser ud efter $\text{UNION}(8,4)$ efterfulgt af $\text{FIND}(9)$, når der anvendes både union-by-size og stikomprimering.



Svar: _____

Transitionssystem Up-and-Down
Configurations: $\{[i, j] \mid i, j \geq 0\}$
 $[i, j] \triangleright [i, j + i] \quad \text{if } j + i \leq 100$
 $[i, j] \triangleright [i + 1, j - 1] \quad \text{if } j > 0$

Opgave 21 (4%)

For hver af nedenstående udsagn, angiv om de er en invariant for ovenstående transitionssystem Up-and-Down. Startkonfigurationen antages at være $[1, 0]$.

	Ja	Nej
$i \geq 1$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$j \leq i$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$0 \leq j \leq 100$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$j + i \leq 200$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$i \leq 200$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Opgave 22 (4%)

For hver af nedenstående funktioner, angiv om de er en termineringsfunktion for ovenstående transitionssystem Up-and-Down.

	Ja	Nej
$\mu(i, j) = i - j$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$\mu(i, j) = j$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$\mu(i, j) = i + j$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$\mu(i, j) = -2i - j$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$\mu(i, j) = 500 - 2i - j$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Algoritme Loop(n)
Inputbetingelse : heltal $n \geq 4$
Outputkrav : –
Metode : $i \leftarrow 4$;
 $j \leftarrow 1$;
{ I } **while** $i < n$ **do**
 $i \leftarrow i * i$;
 $j \leftarrow j + 1$

Opgave 23 (4 %)

For hver af nedenstående udsagn, angiv om de er en invariant I for ovenstående algoritme Loop.

	Ja	Nej
$4 \leq i \leq n$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$j \leq n$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$0 \leq j \leq i$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$i = 2^j$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$i = 2^{2^j}$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Opgave 24 (4 %)

For hver af nedenstående funktioner, angiv om de er en termineringsfunktion for ovenstående algoritme Loop.

	Ja	Nej
$\mu(i, j, n) = i + j$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$\mu(i, j, n) = n - i$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$\mu(i, j, n) = n - j$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\mu(i, j, n) = j - i$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$\mu(i, j, n) = n - \sqrt{i}$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

