

Opgave 12

En *sæk* er en samling elementer, der minder meget om en mængde bortset fra, at i en sæk kan et element forekomme mere end én gang. Vi skelner sække fra mængder ved at bruge symbolerne

$$\begin{array}{lll} < & \text{i stedet for} & \{ \\ > & \text{---"---} & \} \\ + & \text{---"---} & \cup \\ * & \text{---"---} & \cap \\ - & \text{---"---} & \setminus \end{array}$$

men vi bruger dog \in og \emptyset med samme betydning som for mængder.

Følgende heltalssæk indeholder således to 3'ere, tre 5'ere og en 1'er

$$S = \langle 3, 5, 1, 5, 3, 5 \rangle$$

En mængde M (med grundmængde G) er entydigt bestemt af sin karakteristiske funktion,

$$\chi_M : G \rightarrow \{\mathbf{true}, \mathbf{false}\},$$

hvor

$$\chi_M(e) = \mathbf{true} \Leftrightarrow e \in M.$$

Det skulle være klart, at en sæk S også er entydigt bestemt ved en karakteristisk funktion

$$\chi_S : G \rightarrow \mathbf{N}_0$$

hvor $\chi_S(e)$ nu angiver antallet af forekomster af e i S .

a) Giv rimelige definitioner af $*$ og $-$, når $+$ defineres ved

$$S = S_1 + S_2 \Leftrightarrow \forall e \in G : \chi_S(e) = \chi_{S_1}(e) + \chi_{S_2}(e)$$

b) Giv også rimelige definitioner af \subseteq og $|S|$.

c) Hvilke overvejelser ligger der bag din fortolkning af begrebet *rimelighed* i svarene på a) og b)?